

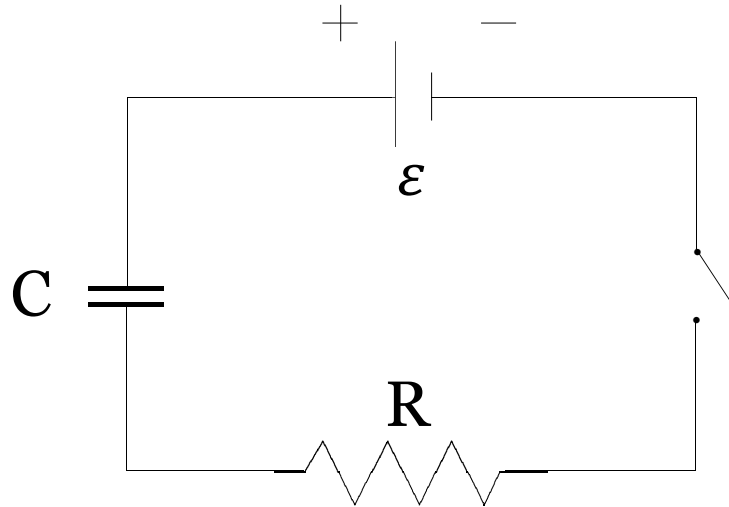
La corriente eléctrica: Problemas

Juan Ángel Sans Tresserras

E-mail: juasant2@upv.es

Circuitos RC

Los circuitos RC están compuestos por una resistencia y un condensador. Como en los circuitos que hemos visto la corriente fluye en una dirección, solo que en este caso la corriente varía con el tiempo.



Caso 1. Proceso de carga.

Inicialmente descargado, sus terminales se conectan con una batería y una resistencia

Caso 2. Proceso de descarga.

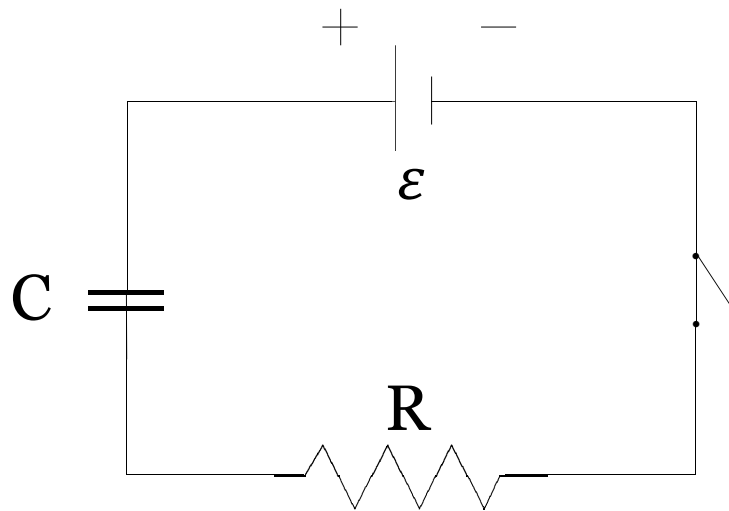
Inicialmente cargado, sus terminales se conectan con una una resistencia

Ambos procesos vienen definidos por un tiempo característico del condensador

$$\tau = RC$$

Circuitos RC

Partimos del condensador totalmente descargado y cerramos el interruptor.



$t=0s$.

Empieza a cargarse el condensador y por tanto deja pasar toda la intensidad. Actúa como un **cortocircuito**.

$t \rightarrow \infty$

Condensador completamente cargado. Ya no puede circular corriente por él. Actúa como un **circuito abierto**.

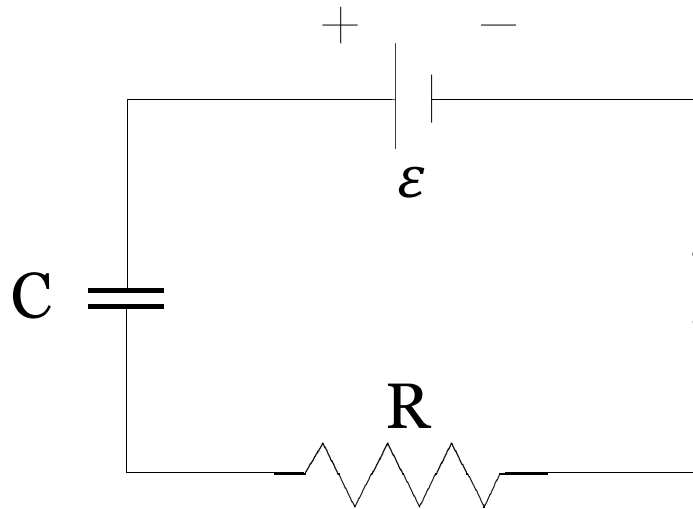
Tiempo intermedio.

Llamado transitorio. La carga del condensador varía con el tiempo por lo tanto la intensidad que deja pasar también varía.

Circuitos RC

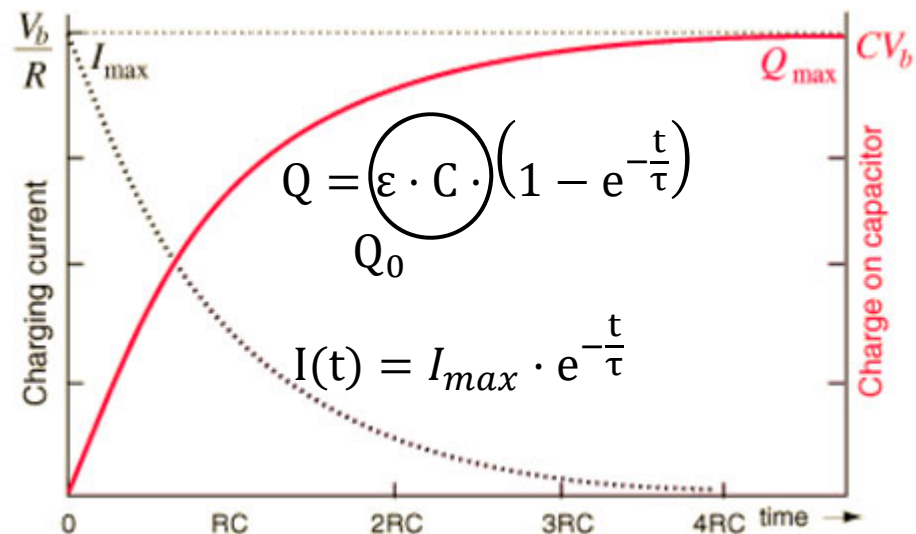
Tiempo intermedio.

Llamado transitorio. La carga del condensador varía con el tiempo por lo tanto la intensidad que deja pasar también varía.



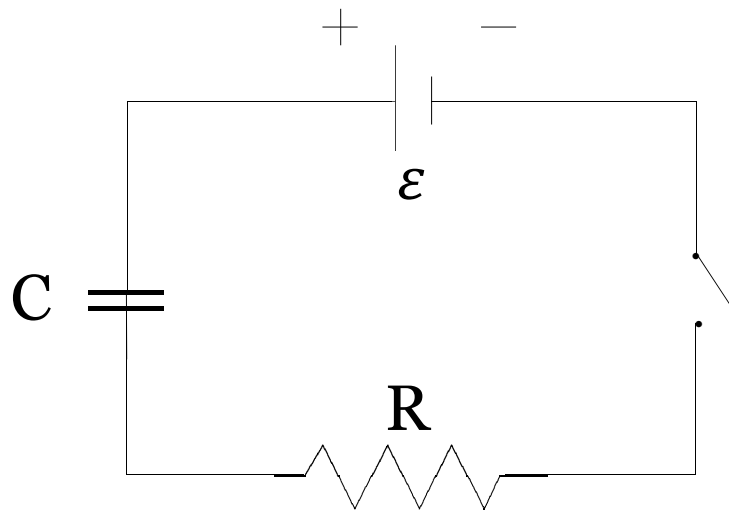
Tenemos que la diferencia de potencial en el condensador viene dada por:

$$V_C = \frac{Q}{C}$$



Circuitos RC

Partimos del condensador totalmente cargado y cerramos el interruptor.



$t=0s$.

Empieza a descargarse el condensador y por tanto deja pasar toda la intensidad. Actúa como un **cortocircuito**.

$t \rightarrow \infty$

Condensador completamente descargado. Ya no puede circular corriente por él. Actúa como un **circuito abierto**

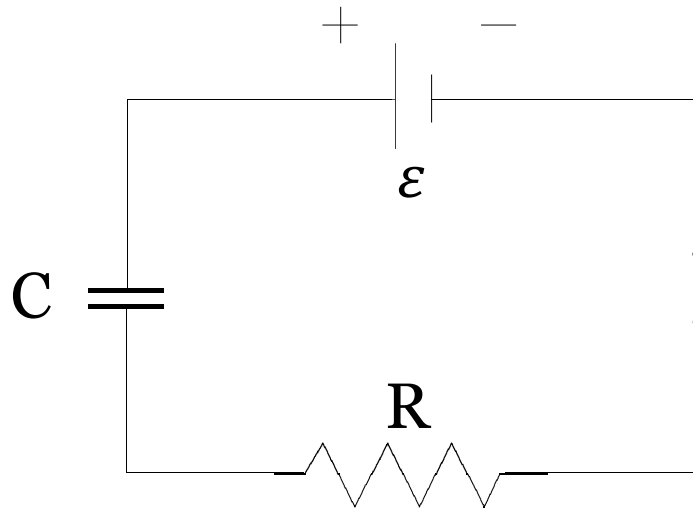
Tiempo intermedio.

Llamado transitorio. La carga del condensador varía con el tiempo por lo tanto la intensidad que deja pasar también varía.

Circuitos RC

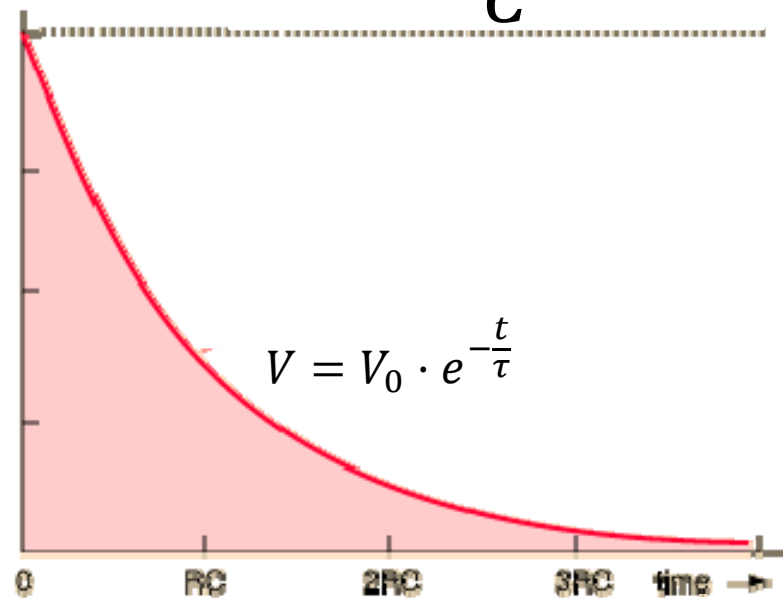
Tiempo intermedio.

Llamado transitorio. La carga del condensador varía con el tiempo por lo tanto la intensidad que deja pasar también varía.



Tenemos que la diferencia de potencial en el condensador viene dada por:

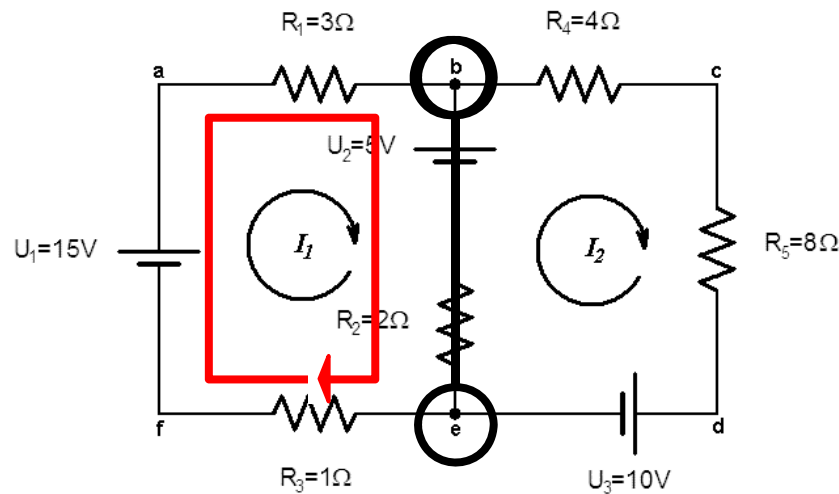
$$V_C = \frac{Q}{C}$$



Circuitos de una sola malla

Leyes de Kirchhoff

Son útiles para encontrar las corrientes que circulan por las diferentes partes de un circuito o las caídas de potencial que existen entre dos puntos determinados de dicho circuito.



Nudo. Intersección de tres o más conductores.

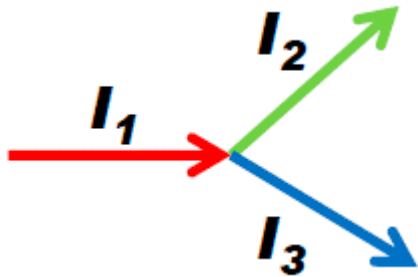
Malla. Todo recorrido cerrado en un circuito.

Rama. Es un elemento o grupo de elementos conectados entre dos nudos.

Circuitos de una sola malla

Leyes de Kirchhoff

Ley de los nodos. La suma algebraica de todas las corrientes que concurren en un nudo es cero.



$$I_1 - I_2 - I_3 = 0$$

Corrientes que entran en el nudo (+)

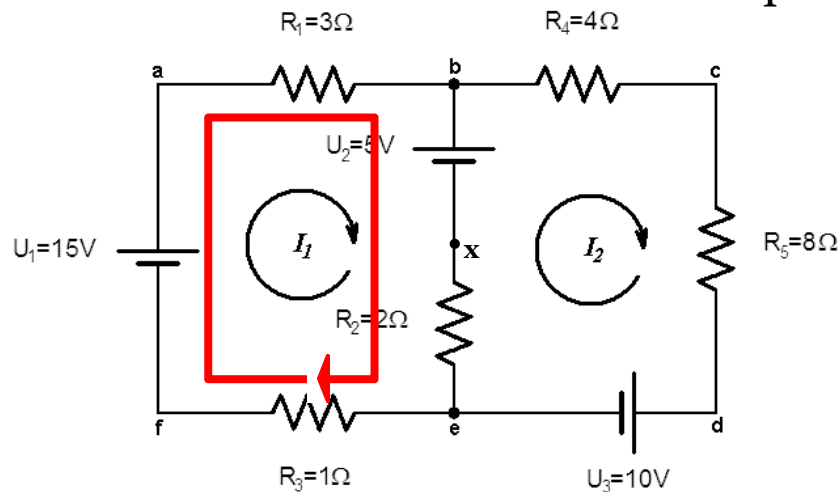
Corrientes que salen del nudo (-)

$$\sum_j I_j = 0$$

Circuitos de una sola malla

Leyes de Kirchhoff

Ley de las mallas. La suma algebraica de todas las caídas de tensión a lo largo de una malla debe ser nula en cualquier instante.



$$V_{fa} - V_{ab} + V_{bx} - V_{xe} - V_{ef} = 0$$

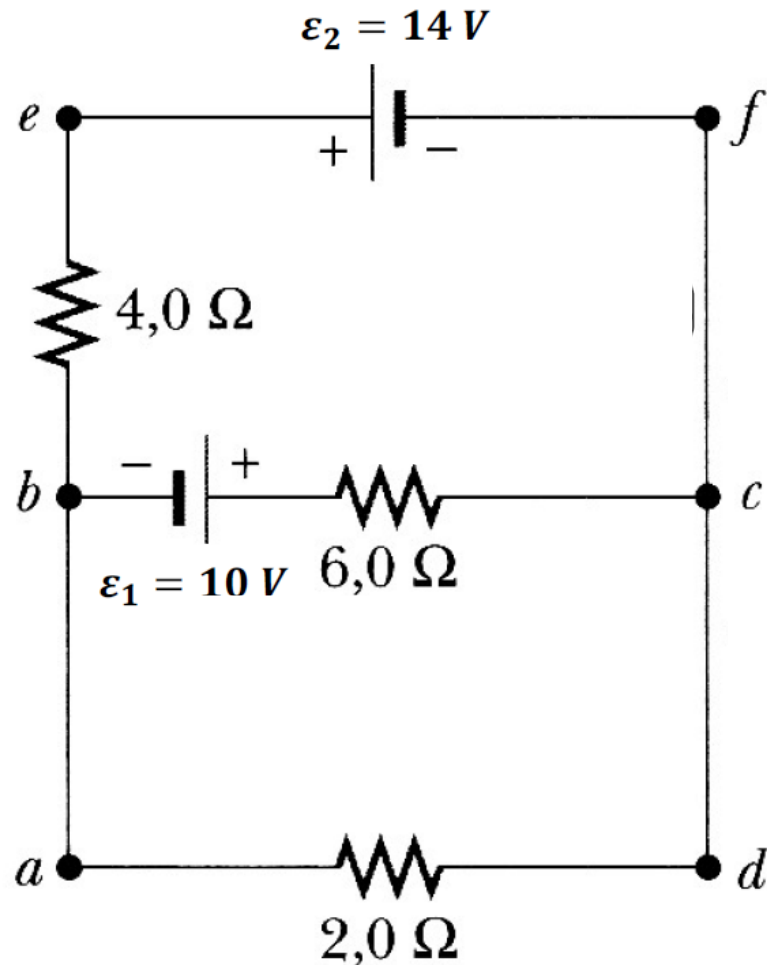
$$\sum_j V_j = 0$$

Voltaje positivo en una resistencia que se mide en la misma dirección que la corriente

Voltaje positivo en una batería en el sentido del terminal positivo al negativo. Independiente de la corriente.

Problema 1

Calcular intensidad en la rama común



- Definimos sentido de intensidad en cada malla
- Consideramos fuerzas electromotrices orientadas a favor de la intensidad como positivas.
- Aplicamos Ley de Ohm generalizada

$$\begin{aligned} -14-10 &= 4 \cdot I_2 + (I_2 - I_3) \cdot 6 \\ 10 &= (I_3 - I_2) \cdot 6 + 2 \cdot I_3 \end{aligned}$$

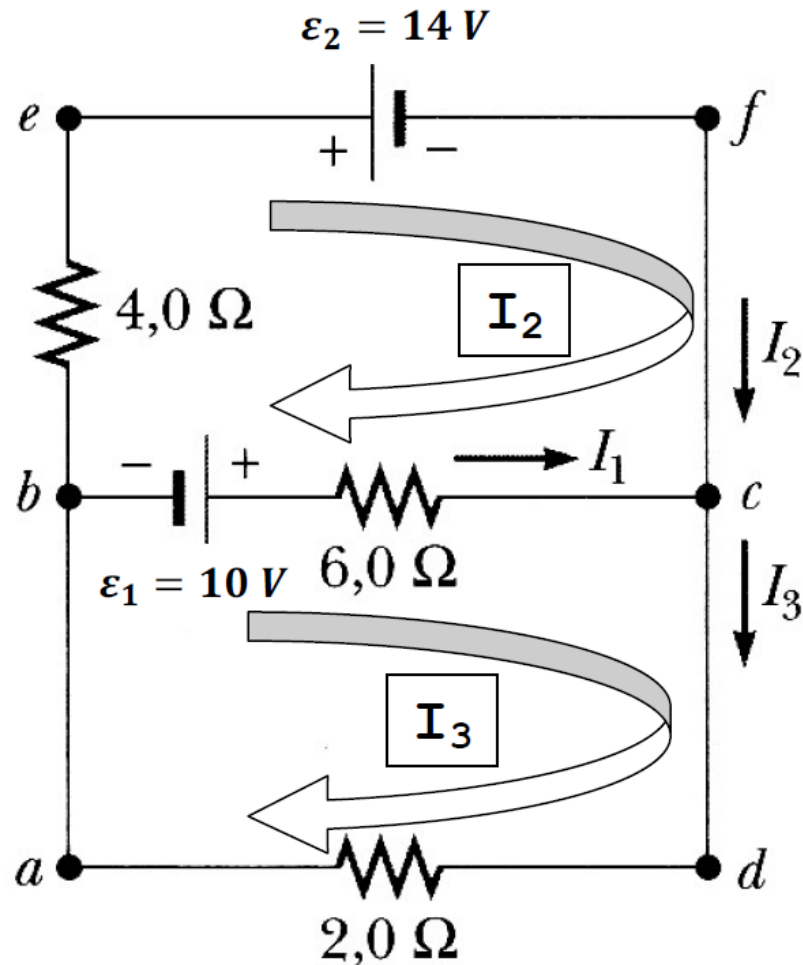
Resolviendo este sistema:

$$I_2 = -3 \text{ A}$$

$$I_3 = -1 \text{ A}$$

$$I_1 = 2 \text{ A}$$

Problema 1



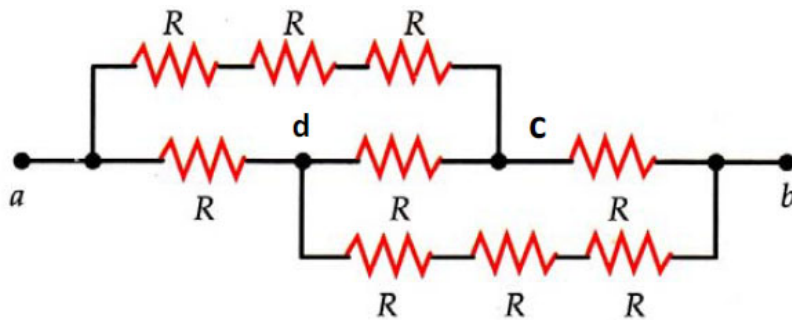
Calcular la diferencia de potencial entre los puntos b y c.

- Diferencia de potencial entre b y c es equivalente entre d y a

$$V_{cb} = V_{da} = I_3 \cdot 2 = -2 \text{ V}$$

Problema 2

Nueve resistencias de 10Ω cada una se conectan como indica la figura, y se aplica una diferencia de potencial entre a y b de 20 V. (a) Calcular la resistencia equivalente. (b) Determinar la intensidad de corriente en cada resistencia



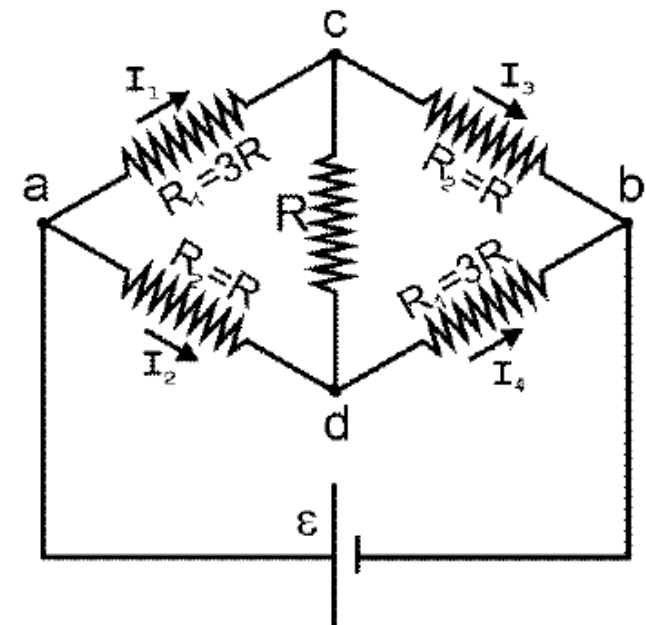
$$\text{Malla a-d-b-generador: } \varepsilon = I_2 \cdot R + I_4 \cdot 3R$$

$$\text{Malla a-c-d: } I_1 \cdot 3R + (I_1 - I_2) \cdot R - I_2 \cdot R = 0$$

También sabemos que si V_{cd} está determinada, entonces $I_4 = I_1$ y $I_3 = I_2$

$$I_1 = \frac{\varepsilon}{5R} \text{ y } I_2 = \frac{2\varepsilon}{5R} \rightarrow R_{eq} = \frac{\varepsilon}{(I_1 + I_2)} = \frac{5}{3}R$$

Sacamos circuito equivalente

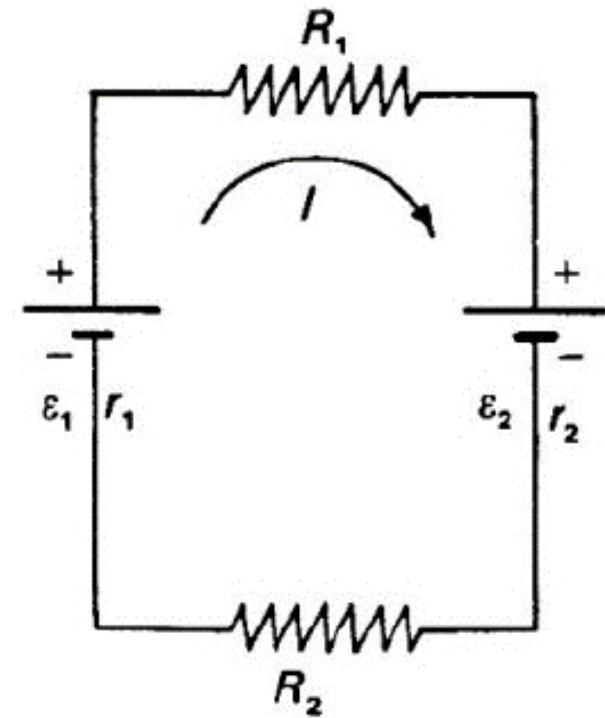


Problema 3

Calcular el valor de la intensidad de la corriente en el circuito de la figura

Aplicando Ley de Ohm generalizada

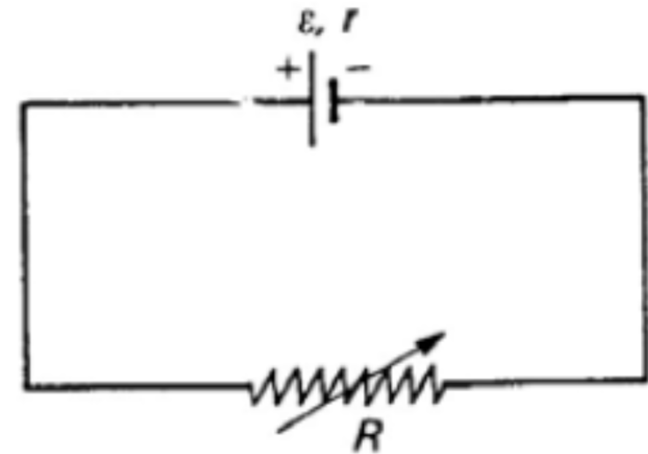
$$I = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{(R_1 + R_2 + r_1 + r_2)}$$



Problema 4

Tenemos una batería de fuerza electromotriz ε y resistencia interna r conectada en serie con una resistencia variable R . Determinar:

1. Intensidad del circuito
2. Potencia suministrada a R
3. Valor de R que hace máxima la potencia
4. Potencia disipada en forma de calor en R



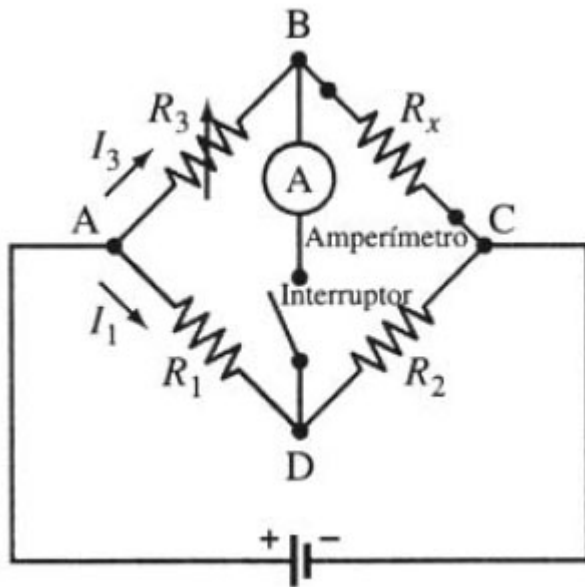
Aplicando Ley de Ohm generalizada: $\varepsilon = (r + R) \cdot I \rightarrow I = \frac{\varepsilon}{(r+R)}$

Potencia definida como $P=I^2 \cdot R \rightarrow P = \left(\frac{\varepsilon}{(r+R)} \right)^2 R$

Potencia máxima: $\frac{dP}{dR} = \frac{(R+r)^2 \cdot \varepsilon^2 - R \cdot \varepsilon^2 \cdot 2 \cdot (R+r)}{(R+r)^4} = 0 \rightarrow \frac{r-R}{(R+r)^3} = 0 \rightarrow R = r$

Problema 5: Puente de Wheatstone

El puente de Wheatstone es un circuito tipo puente que se usa para medir resistencias. Se modifica la resistencia R_3 hasta que la intensidad en el amperímetro sea nula. a) ¿Qué valor tiene R_x en términos de R_1 , R_2 y R_3 ? b) Si el circuito está balanceado con $R_1=630\Omega$, $R_2=972\Omega$ y $R_3=42.6\Omega$. ¿Cuál será el valor de la resistencia desconocida?



Cuando el amperímetro no marca intensidad:

$$V_{AB}=V_{AD} \text{ y } V_{BC}=V_{DC}$$

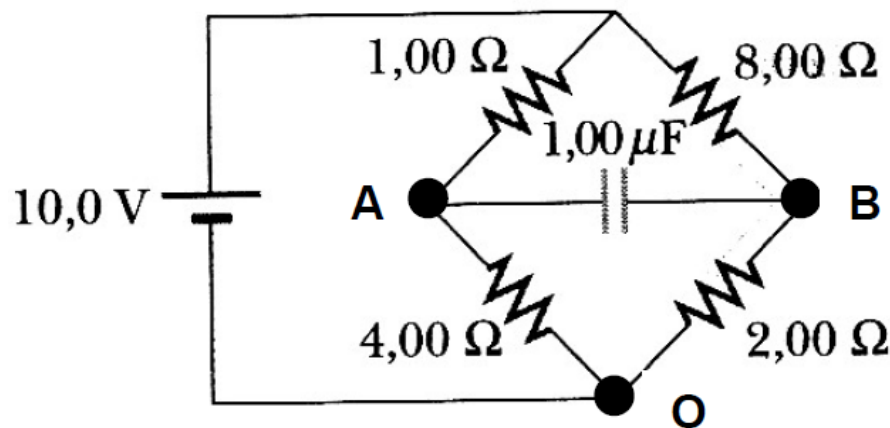
Además si no circula intensidad en el amperímetro la intensidad que pasa por R_x es I_3 y por R_2 es I_1 .

$$I_1 \cdot R_1 = I_3 \cdot R_3 \quad \text{y} \quad I_1 \cdot R_2 = I_3 \cdot R_x$$

$$R_x = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_1}$$

Problema 6

El circuito de la figura ha estado conectado durante un largo período de tiempo. a) ¿Cuál es la tensión en el condensador? b) Si se desconecta la batería, ¿Cuánto tiempo tarda el condensador en descargarse hasta la décima parte de su tensión inicial?



$$\left. \begin{aligned} 10 &= I_1 \cdot 1 + I_1 \cdot 4 \\ 10 &= I_2 \cdot 8 + I_2 \cdot 2 \end{aligned} \right\}$$

$$I_1 = 2A$$

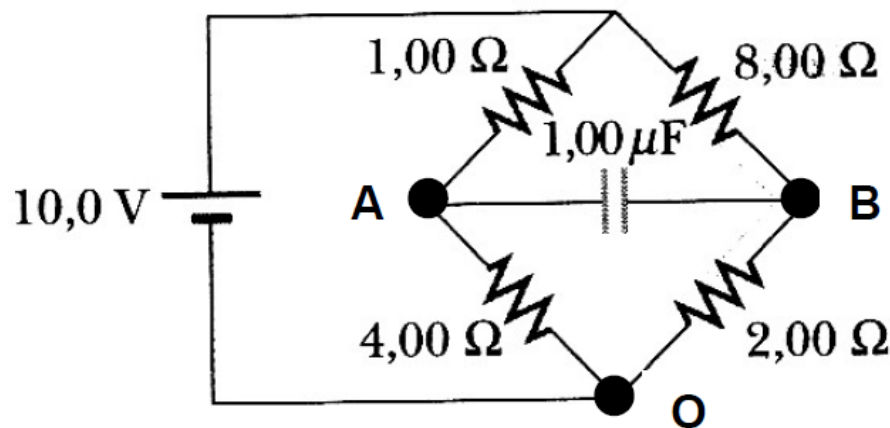
$$I_2 = 1A$$

$$\left. \begin{aligned} V_a - V_o &= 4 \cdot 2 = 8V \\ V_b - V_o &= 1 \cdot 2 = 2V \end{aligned} \right\}$$

$$V_a - V_b = 8 - 2 = 6V$$

Problema 6

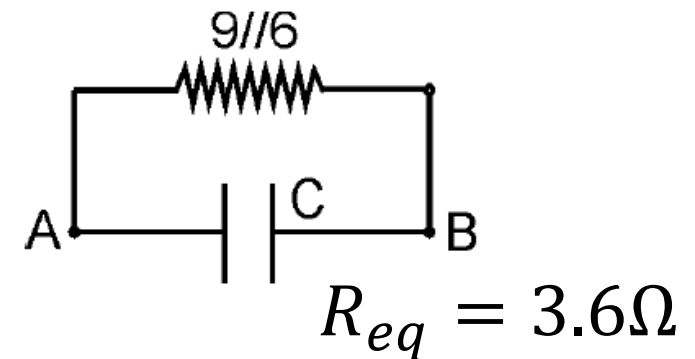
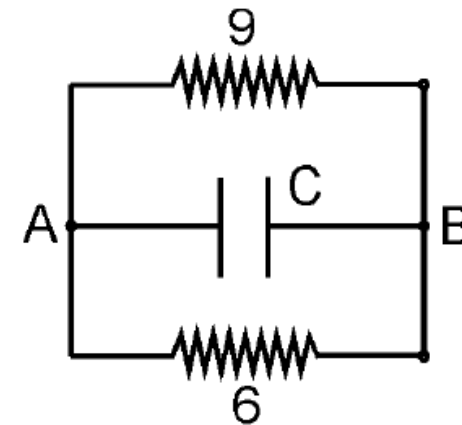
El circuito de la figura ha estado conectado durante un largo período de tiempo. a) ¿Cuál es la tensión en el condensador? b) Si se desconecta la batería, ¿Cuánto tiempo tarda el condensador en descargarse hasta la décima parte de su tensión inicial?



$$\tau = R \cdot C = R_{eq} \cdot C = 3.6 \mu s$$

$$V = V_o \cdot e^{-t/\tau} \rightarrow 0.1 = e^{-t/3.6 \cdot 10^{-6}}$$

$$t = 8.3 \mu s$$



Problema 7

Tenemos una caja negra en la rama izquierda (Figura A) que hace que no circule corriente por la rama central. Si se introduce la misma caja negra en la rama de la derecha (Figura B) por la rama central tampoco circula corriente. a) ¿Qué contiene la caja?. b) ¿Aporta o extrae energía al circuito en la figura B? ¿Qué potencia?

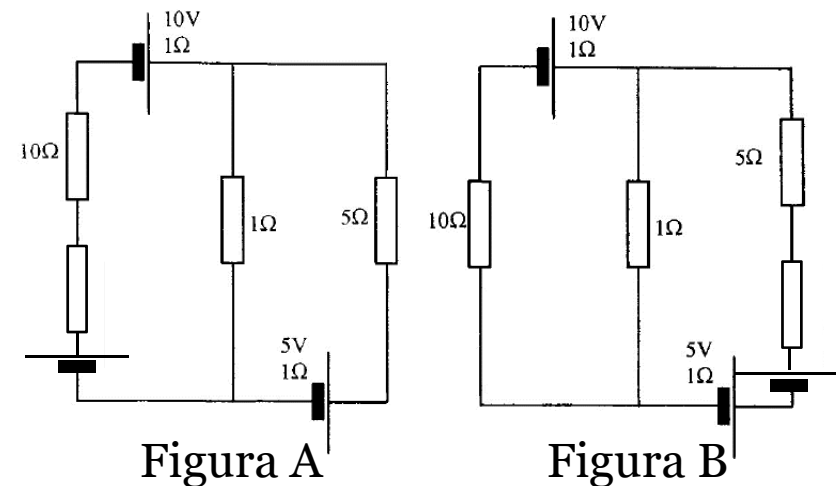
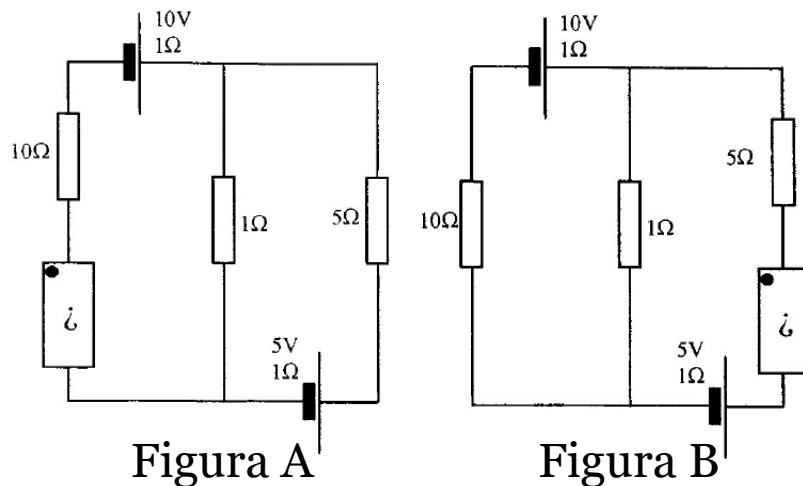


Figura A:

$$\begin{aligned}\varepsilon + 10 &= (R + 10 + 1) \cdot I_1 + (I_1 - I_2) \cdot 1 \\ -5 &= (5 + 1) \cdot I_2 + (I_2 - I_1) \cdot 1 \\ I_1 &= I_2\end{aligned}$$

Figura B:

$$\begin{aligned}10 &= (10 + 1) \cdot I_1 + (I_1 - I_2) \cdot 1 \\ -5 - \varepsilon &= (R + 5 + 1) \cdot I_2 + (I_2 - I_1) \cdot 1 \\ I_1 &= I_2\end{aligned}$$

Problema 7

Tenemos una caja negra en la rama izquierda (Figura A) que hace que no circule corriente por la rama central. Si se introduce la misma caja negra en la rama de la derecha (Figura B) por la rama central tampoco circula corriente. a) ¿Qué contiene la caja?. b) ¿Aporta o extrae energía al circuito en la figura B? ¿Qué potencia?

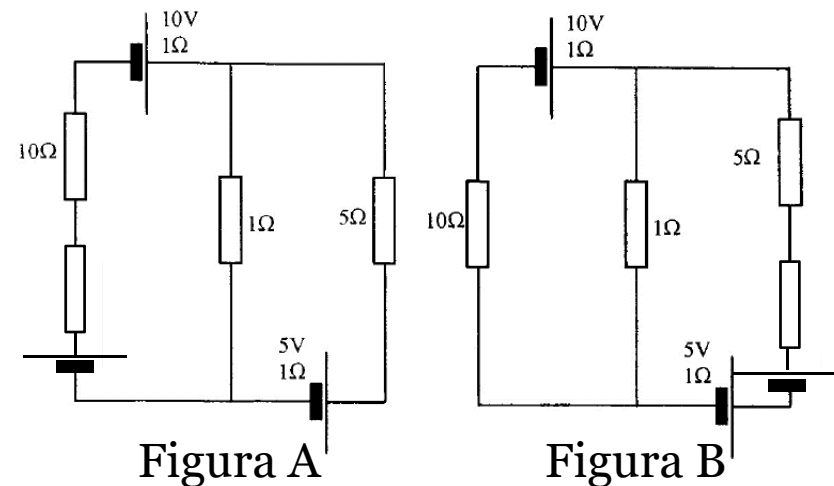
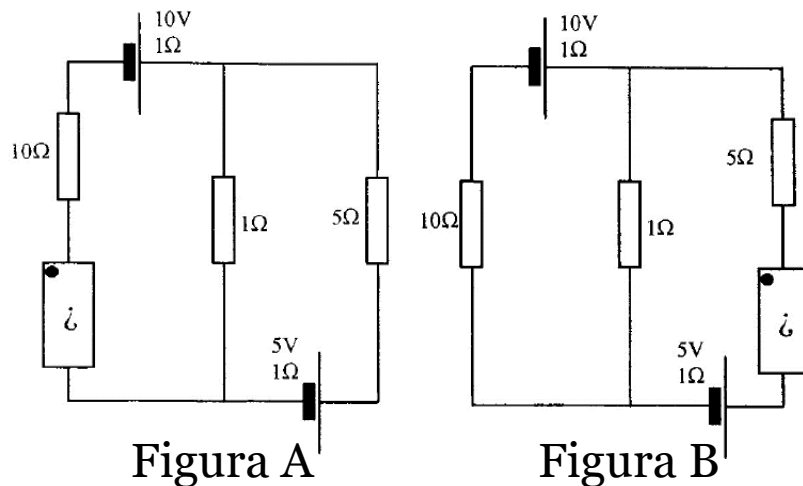


Figura A: $6 \cdot \varepsilon + 5 \cdot R + 115 = 0$

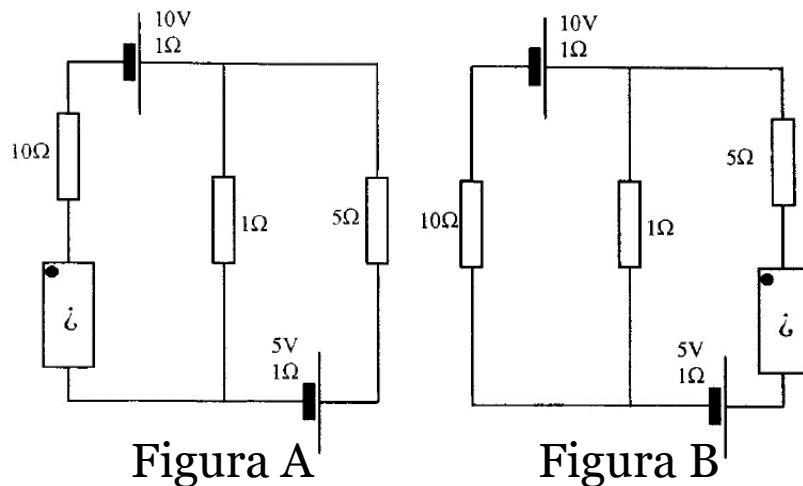
Figura B: $11 \cdot \varepsilon + 10 \cdot R + 115 = 0$

$$\varepsilon = -115V$$

$$R = 115\Omega$$

Problema 7

Tenemos una caja negra en la rama izquierda (Figura A) que hace que no circule corriente por la rama central. Si se introduce la misma caja negra en la rama de la derecha (Figura B) por la rama central tampoco circula corriente. a) ¿Qué contiene la caja?. b) ¿Aporta o extrae energía al circuito en la figura B? ¿Qué potencia?

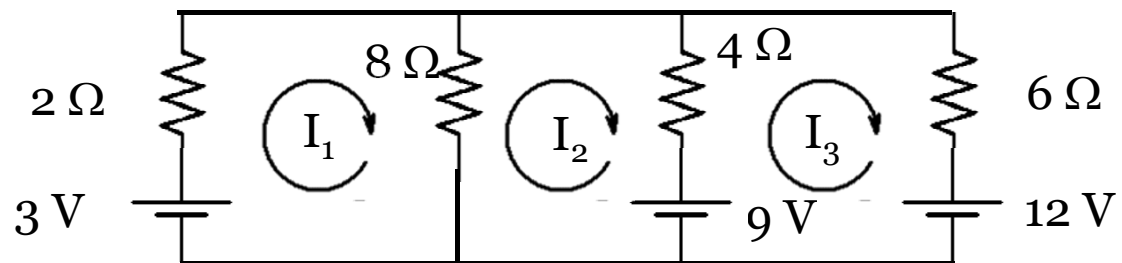
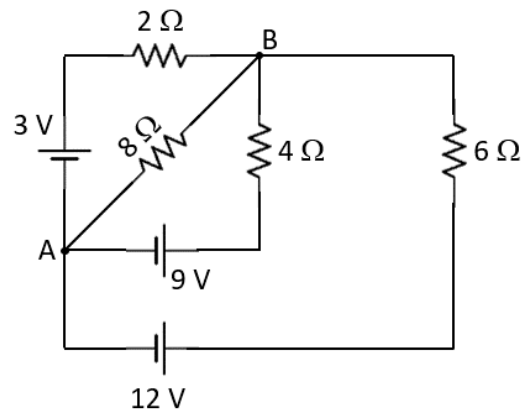


$$P_{generada} = \varepsilon \cdot I$$
$$P_{consumida} = R \cdot I^2$$

$$P_{neta} = P_{generada} - P_{consumida}$$

Problema 8

Teniendo en cuenta el circuito de debajo. (a) Calcular el valor de la intensidad que pasa por la resistencia de $8\ \Omega$ (entre A y B) y (b) determinar el sentido de dicha corriente ¿Va de A hacia B o de B hacia A?



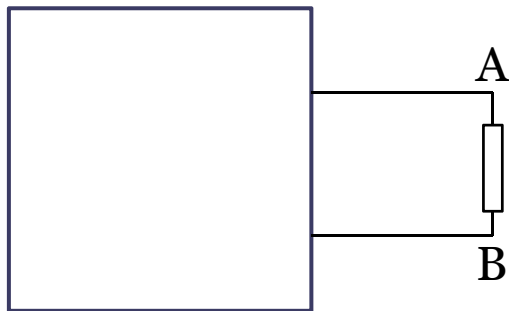
$$\begin{aligned}
 3 &= 2 \cdot I_1 + 8 \cdot (I_1 - I_2) & \longrightarrow & I_1 = \frac{3 + 8 \cdot I_2}{10} \\
 -9 &= 8 \cdot (I_2 - I_1) + 4 \cdot (I_2 - I_3) & \longrightarrow & I_2 = -1.7\text{ A} \\
 9 - 12 &= 4 \cdot (I_3 - I_2) + 6 \cdot I_3 & \longrightarrow & I_3 = \frac{-3 + 4 \cdot I_2}{10}
 \end{aligned}$$

Teorema de Thevenin

Definición. Si una parte de un circuito eléctrico lineal está comprendida entre dos terminales A y B, esta parte en cuestión puede sustituirse por un circuito equivalente que esté constituido únicamente por un generador de tensión en serie con una impedancia, de forma que al conectar un elemento entre los dos terminales A y B, la tensión que cae en él y la intensidad que lo atraviesa son las mismas tanto en el circuito real como en el equivalente

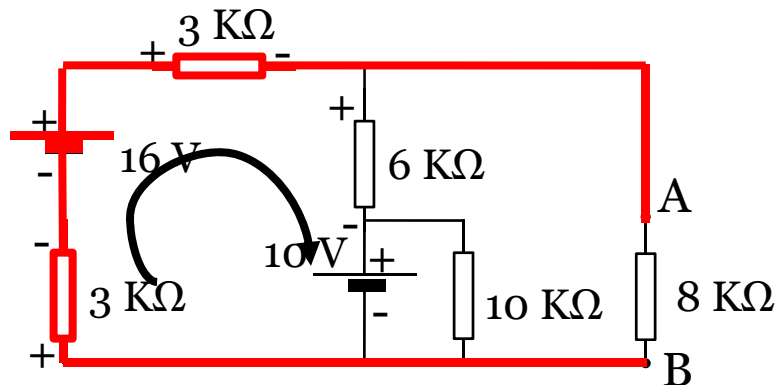
Resumen. Por complicado que sea el circuito, se puede sustituir por una resistencia y un generador equivalente.

Utilidad. Circuitos muy complejos donde se cambia un componente. Evitas el tener que calcular todo el circuito cada vez que cambias el componente.



Teorema de Thevenin

Ejemplo:



1. Definimos la polaridad de los distintos elementos

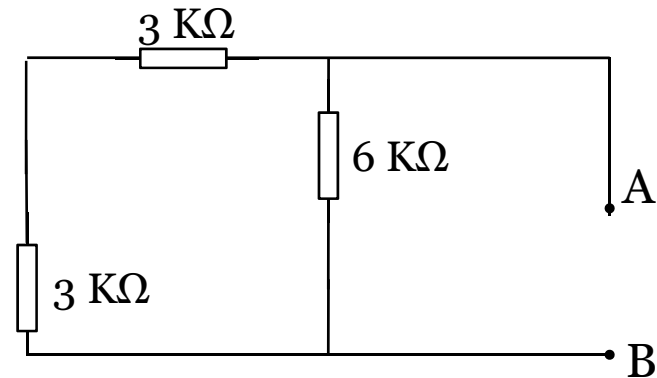
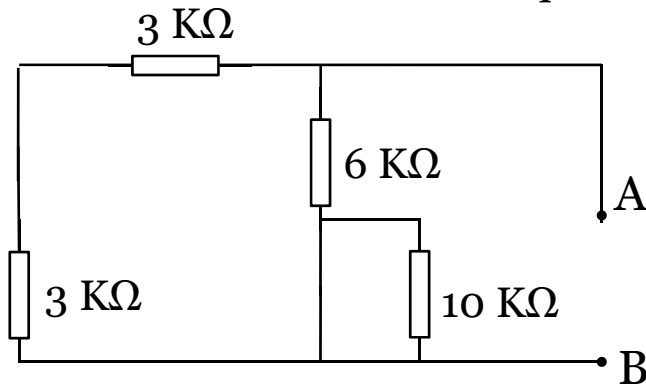
$$16 - 10 = (3 + 3 + 6) \cdot I_1$$

$$I_1 = 0.5 \text{ mA}$$

2. Calculamos la d.d.p. entre los puntos A y B

$$V_{ab} = -(3 + 3) \cdot 0.5 + 16 = 13\text{V} = \varepsilon_{TH}$$

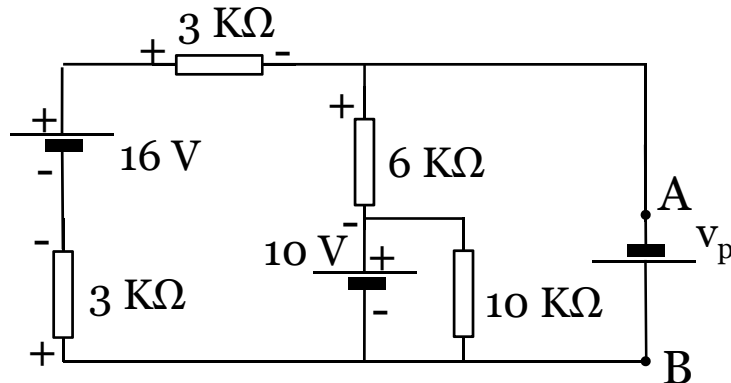
3. Cortocircuitamos los generadores de voltaje, abrimos los generadores de corriente y calculamos la resistencia equivalente



$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{3 + 3} + \frac{1}{6} \rightarrow r_{TH} = 3\text{K}\Omega$$

Teorema de Thevenin

Ejemplo:



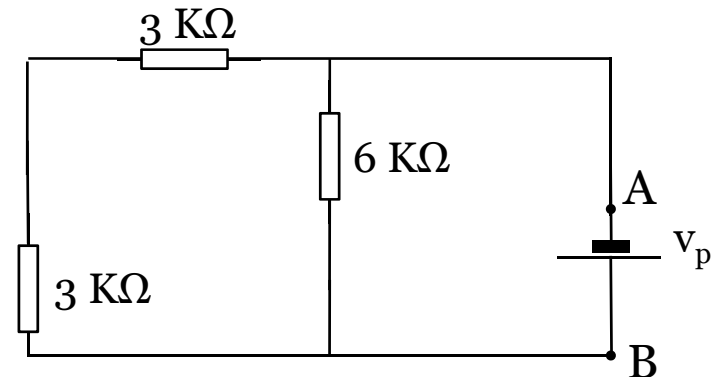
$$0 = (3 + 3) \cdot I_1 + 6 \cdot (I_1 - I_p)$$

$$v_p = 6 \cdot (I_p - I_1)$$

$$0 = 12 \cdot I_1 - 6 \cdot I_p \rightarrow I_1 = 0.5 \cdot I_p$$

1. Suponemos un generador de prueba entre los bornes A y B.

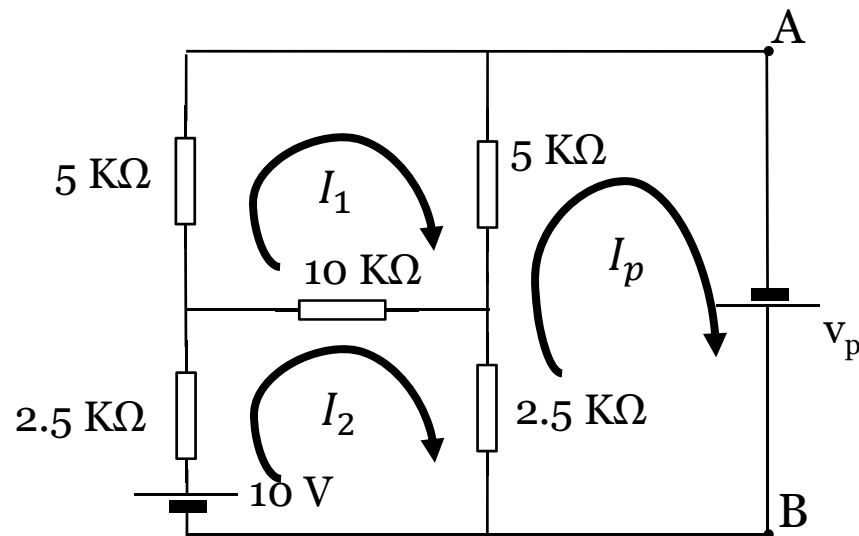
2. Cortocircuitamos el resto de generadores



$$v_p = 3 \cdot I_p \rightarrow r_{TH} = \frac{v_p}{I_p} = 3 \text{ K}\Omega$$

Teorema de Thevenin

Ejemplo:



1. Suponemos un generador de prueba entre los bornes A y B.

2. Calculamos la resistencia equivalente del circuito cortocircuitando los generadores.

$$0 = 5 \cdot I_1 + 5 \cdot (I_1 - I_p) + 10 \cdot (I_1 - I_2)$$

$$0 = 2.5 \cdot I_2 + 10 \cdot (I_2 - I_1) + 2.5 \cdot (I_2 - I_p)$$

$$v_p = 5 \cdot (I_p - I_1) + 2.5 \cdot (I_p - I_2)$$

$$0 = 20 \cdot I_1 - 5 \cdot I_p - 10 \cdot I_2$$

$$\times 2 \quad 0 = 15 \cdot I_2 - 10 \cdot I_1 - 2.5 \cdot I_p$$

$$v_p = 7.5 \cdot I_p - 5 \cdot I_1 - 2.5 \cdot I_2$$

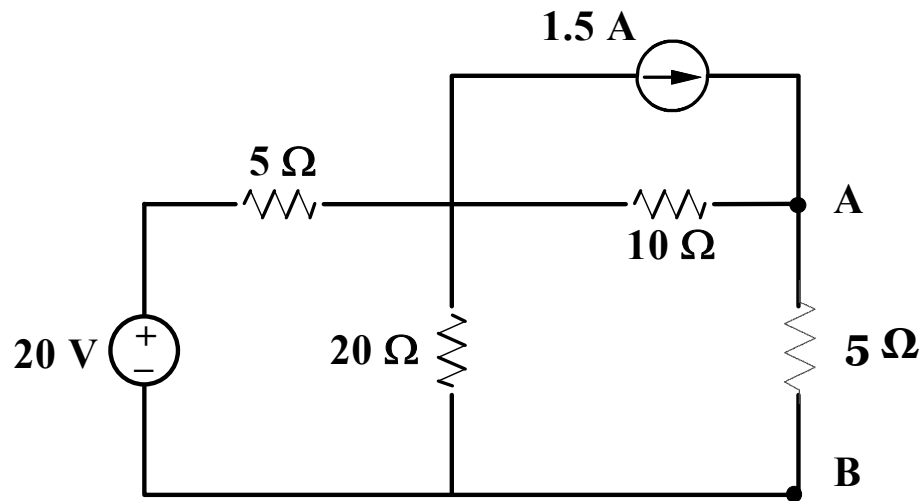
$$0 = 20 \cdot I_2 - 10 \cdot I_p \rightarrow I_2 = 0.5 \cdot I_p$$

$$0 = 20 \cdot I_1 - 5 \cdot I_p - 5 \cdot I_p \rightarrow I_1 = 0.5 \cdot I_p$$

$$v_p = 7.5 \cdot I_p - 2.5 \cdot I_p - 1.25 \cdot I_p \rightarrow \frac{v_p}{I_p} = 3.75 \text{ K}\Omega = r_{TH}$$

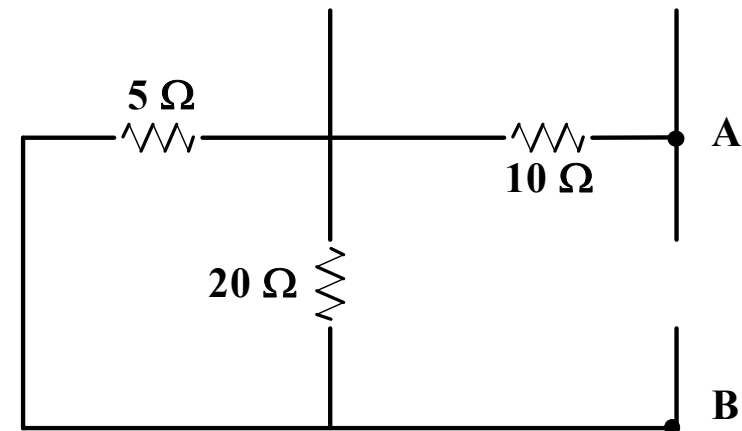
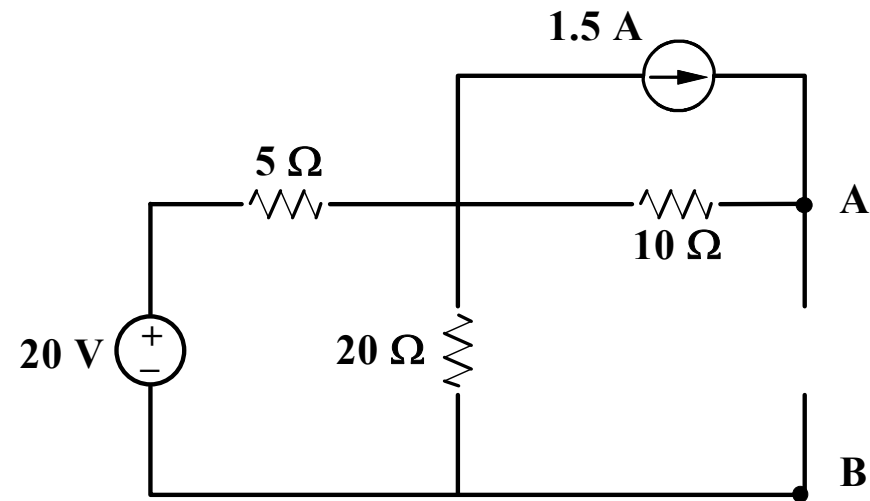
Problema 8

Calcular la intensidad que pasa por la resistencia de 5Ω .



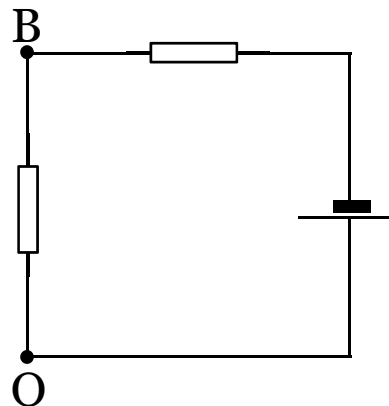
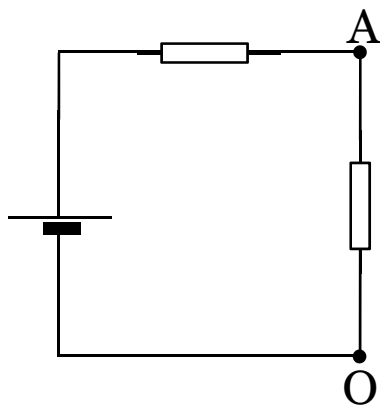
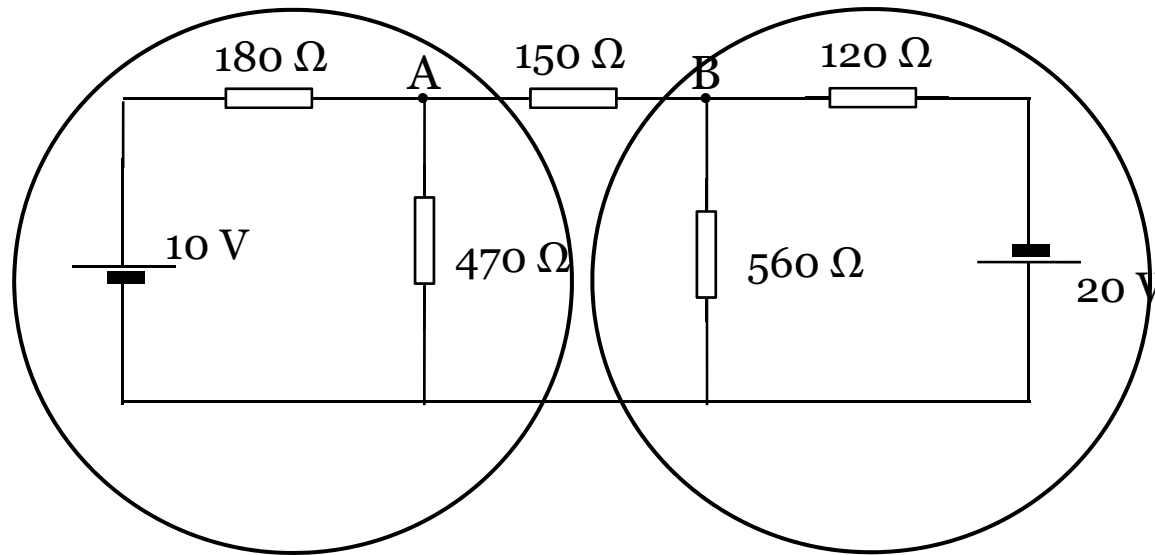
$$V_{ab} = \frac{20}{(20 + 5)} \cdot 20 + 1.5 \cdot 10 = 31V = \varepsilon_{TH}$$

$$R_{eq} = \frac{20 \cdot 5}{(20 + 5)} + 10 = r_{TH}$$



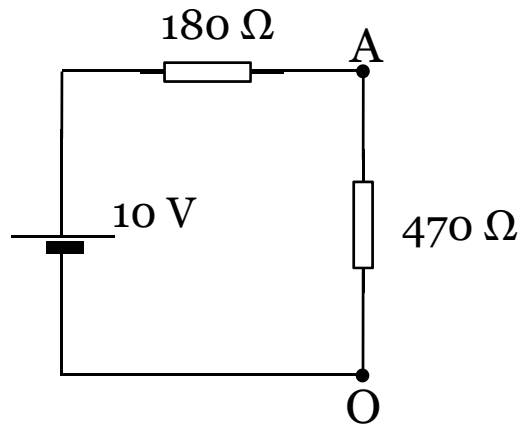
Problema 9

Calcular la intensidad que pasa por la resistencia de 150Ω .



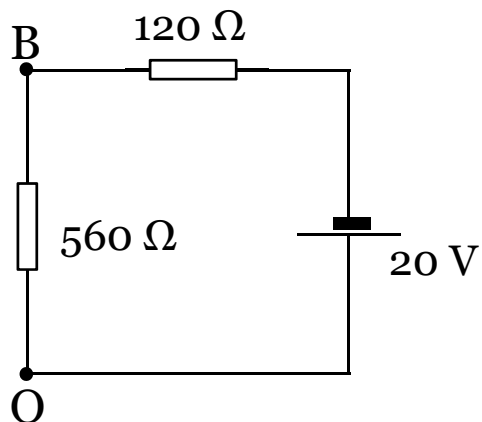
Problema 9

Calcular la intensidad que pasa por la resistencia de 150Ω .



$$V_{AO} = \frac{10}{(180 + 470)} \cdot 470 = 7.23 \text{ V} = \varepsilon_{TH1}$$

$$R_{eq} = \frac{180 \cdot 470}{180 + 470} = 130 \Omega = R_{TH1}$$

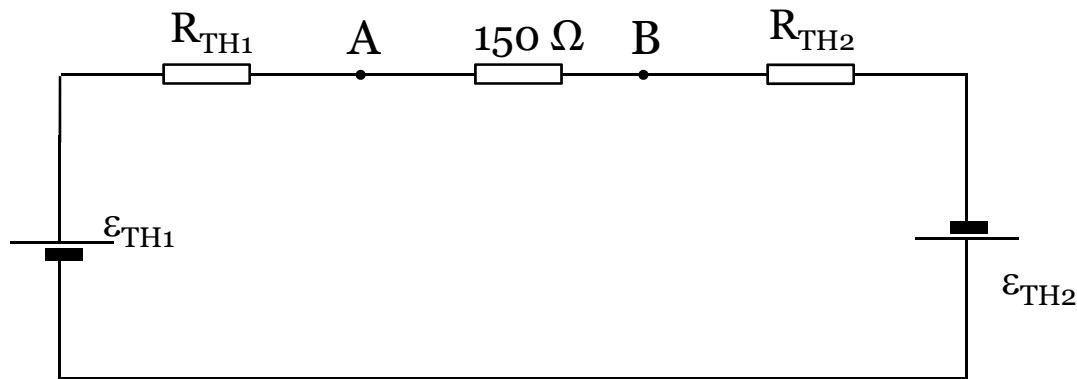


$$V_{BO} = \frac{20}{(120 + 560)} \cdot 560 = 16.47 \text{ V} = \varepsilon_{TH2}$$

$$R_{eq} = \frac{120 \cdot 560}{120 + 560} = 99 \Omega = R_{TH2}$$

Problema 9

Calcular la intensidad que pasa por la resistencia de 150Ω .



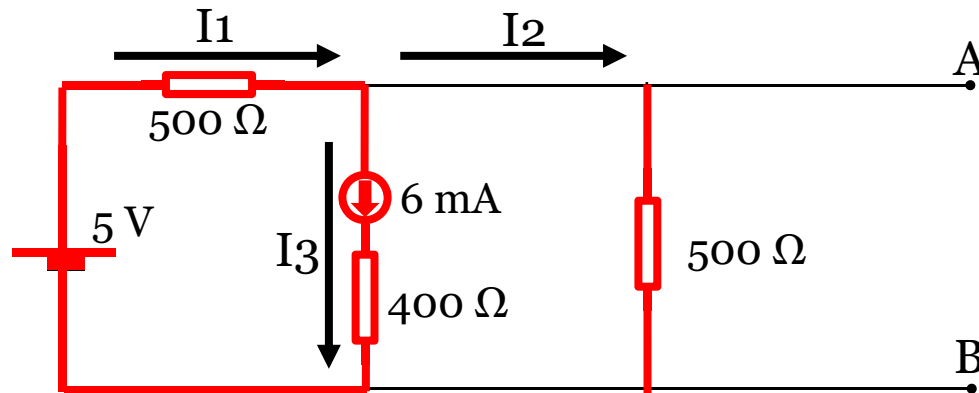
$$\varepsilon_{TH1} + \varepsilon_{TH2} = (R_{TH1} + R_{TH2} + 150) \cdot I \rightarrow I = \frac{\varepsilon_{TH1} + \varepsilon_{TH2}}{R_{TH1} + R_{TH2} + 150}$$

$$R_{TH} = R_{TH1} + R_{TH2}$$

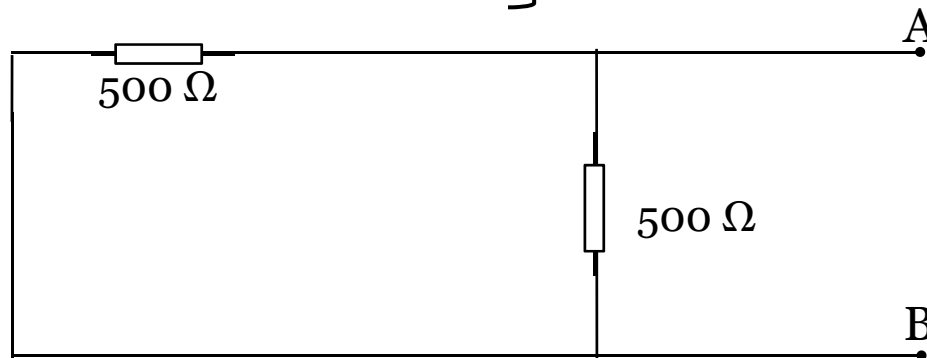
$$\varepsilon_{TH} = \varepsilon_{TH1} + \varepsilon_{TH2}$$

Problema 10

Calcular el circuito equivalente de Thevenin.



$$\left. \begin{aligned} I_1 &= I_2 + I_3 = 0.006 + I_2 \\ v_{TH} &= 500 \cdot I_2 \\ 5 &= 500 \cdot I_1 + v_{TH} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} \frac{5 - v_{TH}}{500} &= 0.006 + \frac{v_{TH}}{500} \\ v_{TH} &= 1V \end{aligned}$$



$$R_{TH} = \frac{500 \cdot 500}{500 + 500} = 250\Omega$$